

dere Verunreinigungen in einer Konzentration, die groß genug ist, um den Tunnelstrom merkbar beeinflussen zu können, konnten jedoch nicht festgestellt werden. Es bleibt demnach nur übrig, die Abnahme des Tunnelstrommaximums auf eine Konzentrationsänderung der hauptsächlich vorhandenen Akzeptoren oder Donatoren – Zink bzw. Zinn – zurückzuführen.

Eine derartige Änderung der Störstellenverteilung kann entweder durch Verlagerung der Akzeptor- bzw. Donatoratome von Gitterplätzen auf Zwischengitterplätzen oder durch eine Diffusion, hervorgerufen durch den Einfluß des Konzentrationsgradienten, erfolgen. Beide Mechanismen können auch gekoppelt sein.

Bei einer Verlagerung von Zinkatomen von Gitter- auf Zwischengitterplätze ist anzunehmen, daß diese zu Donatoren werden. Dadurch könnte die Abnahme des Tunnelstromes zu erklären sein. Man muß jedoch berücksichtigen, daß sich die Bildung von neuen Termen im verbotenen Band – sofern sie nicht dicht an den Bandrändern liegen – durch eine Erhöhung des Exzeßstromes bemerkbar machen würde. Dieser Effekt läßt sich aber an weitgehend Kupfer-freien Tunneldioden nicht mit Sicherheit feststellen.

Wahrscheinlich ist deshalb die Abnahme des Tunnelstromes auf eine Diffusion des Zinks zum n-Gebiet zurückzuführen. Da bei unbelasteter Diode keine derartige Diffusion feststellbar ist und diese offensichtlich erst nach Abbau des Raumladungsfeldes einsetzt, scheint der Diffusionsvorgang durch dieses Raumladungsfeld verhindert zu werden. Eine Diffusionshinderung durch ein elektrisches Feld setzt allerdings einen ionogenen Zustand der diffundierenden Teilchen voraus. Aus der Polung des diffusionshindernden Feldes muß man schließen, daß die in das n-Gebiet diffundierenden Ionen positiv geladen sind. Auch die beobachtete anomal hohe Diffusionsgeschwindigkeit läßt sich vermutlich durch eine interstitielle Diffusion positiver Zinkionen erklären.

Ob die Zinkatome durch einen Stoßprozeß auf Zwischengitterplätze befördert werden oder nach einer Annahme von LONGINI⁴ von vornherein in stark dotiertem p-GaAs teilweise auf Zwischengitterplätzen vorhanden sind, kann nach den bisher vorliegenden Experimenten nicht entschieden werden.

⁴ R. L. LONGINI, private Mitteilung.

Einführung von Formfaktoren bei elastischer und inelastischer Elektron-Kern-Streuung

Von RUDOLF RODENBERG

Institut für Theoretische Physik der Universität Tübingen
(Z. Naturforschg. 17 a, 360–361 [1962]; eingegangen am 22. Februar 1962)

Beschreibt man die Wechselwirkung zwischen Kern und Elektronen (bestehend aus dem elektromagnetischen Feld, das in der COULOMB-Eichung durch ein Vektorpotential $\mathfrak{A}(\mathbf{r})$ mit $\text{div } \mathfrak{A}(\mathbf{r}) = 0$ beschrieben wird), zwischen Kern und Feld und Elektronen und Feld, sowie die direkte COULOMBSche Wechselwirkung, unter Vernachlässigung der anomalen magnetischen Momente von Protonen und Neutronen, durch folgenden Wechselwirkungsoperator

$$H = e_e (\vec{\alpha}_e \cdot \mathfrak{A}(\mathbf{r}_e)) + \sum_{n=1}^A \left\{ e_n (\vec{\alpha}_n \cdot \mathfrak{A}(\mathbf{r}_n)) + \frac{e_n e_e}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|} \right\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } e_n &= e && \text{für Protonen} \\ e_n &= 0 && \text{für Neutronen} \\ e_n &= -e && \text{für Elektronen} \end{aligned} \quad (2)$$

und

$$\mathfrak{A}(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{j=1}^2 \int d^3 f \{ q_j(f) e_j e^{i f \mathbf{r}} + q_j^*(f) e_j e^{-i f \mathbf{r}} \},$$

so erhält man in erster nichtverschwindender Näherung des S-Matrixformalismus folgenden retardierten Wechselwirkungsoperator, der bereits von HULME¹ für das Matrixelement, das die Übergangswahrscheinlichkeit für Konversion bestimmt, angegeben wurde, zu

$$K = \sum_{n=1}^A e_n e_e (1 - \vec{\alpha}_n \vec{\alpha}_e) \frac{\exp\{i W |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|\}}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|}. \quad (3)$$

Dabei wurde benutzt, daß außer den Elektronen auch die A-Nukleonen der DIRAC-Gleichung genügen. Das Ma-

trixelement $u_{21}(W)$, das die Übergangswahrscheinlichkeit für den (e, \mathcal{N}) -Prozeß bestimmt, erhält man mit (3) zu

$$u_{21}(W) = \sum_{n=1}^A e_n e_e \int \psi_1^K \psi_2^e (1 - \vec{\alpha}_n \vec{\alpha}_e) \frac{\exp\{i W |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|\}}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|} \psi_1^K \psi_2^e d\tau_e d\tau_K. \quad (4)$$

$u_{21}(W)$ hat dieselbe Gestalt wie das Matrixelement für die Streuung zweier freier Elektronen in der halbklassischen Theorie von MØLLER² mit retardierten Potentialen, nur mit dem einen Unterschied gegenüber (4), daß im Fall von zwei freien Elektronen noch der Anfangs- oder der Endzustand antisymmetrisiert werden muß.

Entwickelt man K in (3) nach Kugelfunktionen und setzt diese Entwicklung in (4) ein, so erhält man die in (I. 13)³ angegebenen Matrixelemente für den (e, \mathcal{N}) -Prozeß.

¹ H. R. HULME, Proc. Roy. Soc., Lond. A 154, 487 [1936].



Anstatt nun, wie in (I. 13), (I. 25) und (II)⁴ durchgeführt, die endliche Kernausdehnung und damit die elastischen und inelastischen Formfaktoren durch $\varrho(L, \tau)$ einzuführen – $\varrho(L, \tau)$ ist in (I. 25) für einen E1-Übergang explizit angegeben –, wie sie in (II. 1, 2) gegeben sind, kann man von vornherein in K in (3) den modifizierten Strom einführen, der sich in der Potentialgleichung $\square A_\mu = -4\pi j_\mu$ ergibt, wenn man nach SALZMANN⁵ in der Wechselwirkungsdichte $L_{\text{int.}}$ setzt:

$$-H_{\text{int.}} = L_{\text{int.}} = i \bar{\psi} \underbrace{(\gamma_\tau \cdots \gamma_\sigma \gamma_\nu)}_{m\text{-mal}} \underbrace{\gamma_\mu \partial_\tau \cdots \partial_\sigma \partial_\nu}_{m\text{-mal}} A_\mu \psi \quad (5)$$

und damit der endlichen Kernausdehnung Rechnung trägt.

Dann hat man in der DIRAC-Gleichung A_μ zu ersetzen durch das modifizierte Potential \bar{A}_μ :

$$\bar{A}_\mu = A_\mu + \frac{\mu_0}{2\varepsilon_0} \gamma_\nu F_{\nu\mu} + \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_0^\infty \left[\varepsilon_n \square^n A_\mu + \frac{\mu_n}{2} \gamma_\nu \square^n F_{\nu\mu} \right], \quad (6)$$

und in der Potentialgleichung in j_μ^e, \mathcal{N} das $\gamma_\mu \rightarrow \bar{\gamma}_\mu$:

$$\bar{\gamma}_\mu = \gamma_\mu + \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} i q_\lambda \gamma_\mu \gamma_\lambda + \sum_1^\infty \left[\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_0} (-q_\lambda q_\lambda)^n \gamma_\mu + \frac{\mu_n}{\varepsilon_0} (-q_\lambda q_\lambda)^n i q_\lambda \gamma_\mu \gamma_\nu \right]. \quad (7)$$

Gl. (7) liefert sowohl in j_μ^e wie auch in j_μ^N den allgemeinen modifizierten Strom [j_μ^e, \mathcal{N} ist in (I. 7) und (I. 8) gegeben]. Dabei ist

$$\varepsilon_0 = e_n; \text{ wie in (2), } \mu_0 = -g_1 \frac{e}{2m_0}; \quad \varepsilon_1 = -g_2 \frac{e}{m^2}.$$

Für den Ein-Photon-Austausch-Graphen liefert (7) für die elastische Elektron-Nukleon-Streuung mit

$$H_{\text{int.}} = -2\pi i j_\mu^e \frac{1}{q^2} j_\mu^N \quad (8)$$

die bekannte ROSENBLUTH-Formel⁶, wenn man die Ersetzung (7) in j_μ^N macht und

$$F_1(q^2) = \sum_0^\infty \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_0} (-q^2)^n$$

und

$$F_2(q^2) = \sum_0^\infty \frac{\mu_n}{\mu_0} (-q^2)^n i$$

setzt. Führt man den modifizierten Strom j_μ^N mittels (7) in K in (3) ein und benutzt (4), so erhält man mit diesem modifizierten Wechselwirkungsoperator \tilde{K} , der nun der endlichen Kernausdehnung Rechnung trägt, für den differentiellen Wirkungsquerschnitt für inelastische und elastische Elektron-Kern-Streuung die Formeln (II. 1) und (II. 2). (II. 1) geht für die elastische Elektron-Nukleon-Streuung in die bekannte ROSENBLUTH-Formel über. Die beiden Ausdrücke (II. 1) und (II. 2) gestatten, bei Energien oberhalb der Mesonenschwelle die Photon-Pion-Wechselwirkung auch bei elastischer

und inelastischer Elektron-Kern-Streuung einzuführen durch Anschluß der $F_i(q^2)$ ($i=1, 2$) und $\bar{F}_i(q^2, W^2)$ ($i=0, 1$) an Dispersionsrelationen und Einführung des bekannten Photon-Pion-Vertex⁷.

Um die einzelnen Beiträge zur Elektron-Kern-Streuung der Größenordnung nach anzugeben und zu zeigen, wie sich ihr Einfluß mit wachsenden Elektronenenergien im (e, N) -Wirkungsquerschnitt bemerkbar macht, geht man aus vom Wechselwirkungsoperator K in (3) oder dem in kovarianter Darstellung gegebenen $H_{\text{int.}}$ in (8) für die Ein-Photon-Austausch-Graphen.

Man führt – hier die einzelnen Effekte der Größenordnung mit wachsender Elektronenenergie der Reihe nach aufgeführte – zuerst die elektromagnetische Korrektur des Elektrons ein, indem man in (8) in j_μ^e das γ_μ nach (7) einführt. Diese elektromagnetischen Korrekturen des Elektrons werden durch Massen- und Ladungsrenormierung berücksichtigt⁸.

Als nächste Korrektur tragen die Mehrquanten-Austausch-Graphen bei, die man aus (8) durch n -fache Iteration gewinnt, wenn n virtuelle Quanten ausgetauscht werden (s. Anm.⁸ und ⁹). Danach führt man die elektromagnetische Struktur des Nukleons ein, indem man in (8) in das j_μ^N das γ_μ^N nach (7) einführt. Dies geschieht in unserer Theorie durch $F_{1,2}(q^2)$ und $F_{0,1}(q^2, W^2)$ bzw. $\varrho(L, \tau)$. Als letzter Effekt sei die Photon-Pion-Wechselwirkung genannt, eingeführt durch den bekannten Photon-Pion-Vertex für die 2- π - und 3- π -Resonanzzustände bei Elektronenstreuung im Hochenergiebereich durch Anschluß der Formfaktoren auch bei elastischer und inelastischer Elektron-Kern-Streuung an die bekannten Dispersionsrelationen.

² C. MÖLLER, Ann. Phys., Lpz. **14**, 531 [1932].
³ R. RODENBERG, Z. Phys. **158**, 44 [1960].

⁵ G. SALZMANN, Phys. Rev. **99**, 973 [1955].
⁷ S. D. DRELL u. F. ZACHARIASEN, Electromagnetic Structure of Nucleons, Oxford Univ. Press 1961.

⁸ R. RODENBERG, Proc. Rutherford Jub. Int. Conf. Sept. 1961.

⁹ R. RODENBERG, Z. Naturforschg. **16 a**, 1242 [1961].

⁴ R. RODENBERG, Z. Naturforschg. **16 a**, 1243 [1961].
⁶ M. N. ROSENBLUTH, Phys. Rev. **79**, 619 [1950].